Université Abdelmalek Essaadi — **Filière : CP2, S4**

Ecole Nationale des Sciences Appliquées — **Année universitaire : 2019/2020**

Al Hoceima — **TD de Statique des fluides**

Série 3

Exercice 1

1. Un cylindre homogène en bois, de masse volumique ρ_b, de rayon R et de hauteur h, flotte sur un fluide au repos de masse volumique ρ_f. Quand il est en équilibre, son axe est vertical et il est immergé sur une profondeur h_1 (voir figure 1). Déterminer la masse volumique du cylindre ρ_b en fonction de h, h_1 et la masse volumique du fluide ρ_f.
2. En suite, on exerce sur le cylindre une force F pour soulever le cylindre d'une hauteur h_2 (voir figure 2). Déterminer le module de la force F en fonction de : R, h_2, g et la masse volumique du fluide ρ_f.

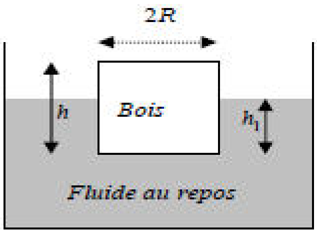

Fig. 1

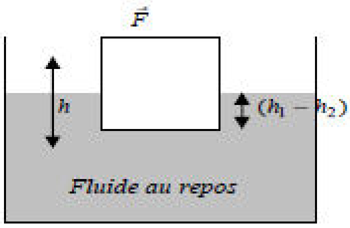

Fig. 2

Exercice 2

On considère une sphère creuse en acier (ρ= 7.85g/cm^3). Plongée dans l'eau (ρ_1 = 1g/cm^3), elle flotte laissant émerger un volume de 200cm^3. Plongée dans l'huile (ρ_2 = 0, 8g/cm^3), elle flotte laissant émerger un volume de 150cm^3. (Figure 3)
On demande de déterminer
1. Le poids de la sphère
2. Le volume extérieur de la sphère

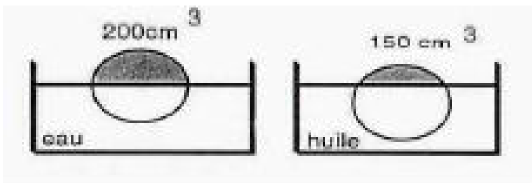

Fig.3

Exercice 3

Un solide homogène en forme de parallélépipédique de masse volumique ρ_s, de section S et de hauteur h est immergé dans deux liquides non miscibles en équilibre. Les deux liquides sont respectivement du mercure de masse volumique ρ_1 et de l'eau salée de masse volumique ρ_2. Calculer la hauteur d'immersion $x_0$du solide en équilibre (Figure 4).

AN : ρ_s = 7.1g/cm^3, ρ_1= 13.6g/cm^3, ρ_2= 1.1g/cm^3 et h = 15cm.

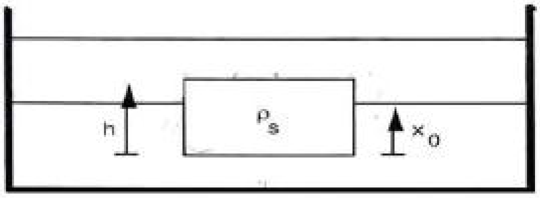

Fig. 4

Exercice 4

On considère un cylindre (1) en acier, de rayon R et de hauteur H. Ce cylindre est suspendu par un fil (3) à l'intérieur d'un récipient contenant de l'huile (2).
On donne :
- l'accélération de la pesanteur g=9,81 m/s^2
- la masse volumique de l'huile ρ_{huile}=824 kg/m^3
- la masse volumique de l'acier ρ_{acier}=7800 kg/m^3

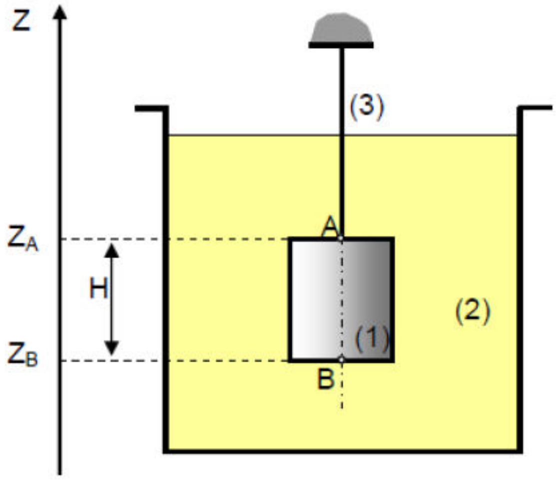

Fig. 5

1) Déterminer l'expression de la tension T du fil en appliquant le théorème d'Archimède.
2) Retrouver la même expression en utilisant la relation fondamentale de l'hydrostatique.
3) Faire une application numérique pour R=0,1 m et H=0,2 m.

Correction

Exercice 1

1. La masse volumique du cylindre en bois :

Le cylindre est en équilibre dans le fluide, et il subit deux forces : le poids $\vec{P}$ et la force d'Archimède $\vec{F}_{Arch}$, donc :

$$\vec{P} + \vec{F}_{Arch} = \vec{0}$$

Les deux forces sont situées suivant l'axe z et ont des sens opposés :

$$-P + F_{Arch} = 0 \Leftrightarrow P = F_{Arch}$$
$$\Leftrightarrow \rho_b . V_{cyl} . g = \rho_f . V_{imm} . g$$
$$\Leftrightarrow \rho_b . V_{cyl} . g = \rho_f . S . h_1 . g$$
$$\Rightarrow \rho_b = \rho_f \frac{S.h_1}{V_{cyl}} = \rho_f \frac{S.h_1}{S.h}$$
$$\Rightarrow \rho_b = \rho_f \frac{h_1}{h}$$

2. Le module de la force F :

Le cylindre est en équilibre mais il est soumis à trois forces maintenant :

$$\vec{P} + \vec{F}_{Arch} + \vec{F} = \vec{0}$$
$$\Rightarrow -P + F_{Arch} + F = 0$$
$$\Leftrightarrow F = P - F_{Arch} = \rho_b . V_{cyl} . g - \rho_f . V_{imm} . g$$

Or, le volume immergé dans ce cas est $V_{imm} = (h_1 - h_2).S$,

$$\Rightarrow F = \rho_b . V_{cyl} . g - \rho_f . (h_1 - h_2) . S . g$$

En remplaçant ρ_b et V_{cyl} par leurs relations, on trouve :

$$F = \rho_f g S h_2$$
$$\Rightarrow F = \rho_f g \pi R^2 h_2$$

Exercice 2

$$Equilibre \Leftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow P = F_{Arch}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = (V - 200)\rho_{eau}\ g & (1) \\ P = (V - 150)\rho_{huile}\ g & (2) \end{cases}$$

avec V le volume extérieur de la sphère et P son poids.

$$\Rightarrow \begin{cases} P = (V - 200) \times 1 \times 9{,}81 \\ P = (V - 150) \times 0{,}8 \times 9{,}81 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = 9{,}81V - 1962 \\ P = 7{,}848V - 1177{,}2 \end{cases}$$

$$(1) = (2) \Rightarrow 1{,}962V = 784{,}8$$
$$\Rightarrow V = 400\ cm^3$$

$$\Longrightarrow P = 1{,}962\ N$$

Exercice 3

$$Equilibre \Leftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow P = F_{Arch}.$$

On a :

$P = \rho_s.V.g = \rho_s.h.S.g$

$F_{Arch} = F_m(appliquée\ par\ le\ mercure) + F_e(appliquée\ par\ l'eau\ salée).$
$F_{Arch} = \rho_1 x_0 Sg + \rho_2(h - x_0)Sg$

$$P = F_{Arch} \Leftrightarrow \rho_s.h.S.g = \rho_1 x_0 Sg + \rho_2(h - x_0)Sg$$

$$\Longrightarrow x_0 = \frac{\rho_s - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}.h$$
$$\Longrightarrow x_0 = 7{,}2\ cm$$

Exercice 4

1) L'expression de la tension du fil en utilisant le théorème d'Archimède:

On a :

$$\vec{P} + \vec{F}_{Arch} + \vec{T} = \vec{0}$$
$$\Longrightarrow -P + F_{Arch} + T = 0$$
$$\Leftrightarrow -\rho_{acier}.V_{acier}.g + \rho_{huile}.V_{acier}.g + T = 0 \qquad (V_{imm} = V_{acier})$$

$$\Longrightarrow T = \pi R^2 H(\rho_{acier} - \rho_{huile})g$$

2) L'expression de la tension du fil en utilisant la relation fondamentale de l'hydrostatique :

On a :

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_L = \vec{0}$$

$\vec{F}_A$: force de pression du fluide sur la surface en haut.
$\vec{F}_B$: force de pression du fluide sur la surface en bas.
$\vec{F}_L$: force de pression du fluide sur la surface latérale.

Suivant l'axe Z on a : $\vec{F}_L = \vec{0}$

$$\Longrightarrow -P + T - F_A + F_B = 0$$
$$\Leftrightarrow T = P + F_A - F_B$$

$$\Leftrightarrow T = \rho_{acier}\,\pi R^2 Hg + \pi R^2(P_A - P_B)$$

$$Relation\ fondamentale\ de\ l'hydrostatique:\ P_A - P_B = -\rho_{huile}\ g(z_A - z_B)$$
$$\Longrightarrow T = \rho_{acier}\,\pi R^2 Hg - \pi R^2 \rho_{huile}\ g(z_A - z_B)$$

$$\Longrightarrow T = \pi R^2 H g \, (\rho_{acier} - \rho_{huile})$$

3) Application numérique : $T = 429{,}99 \; N$.